Teoría de Probabilidad

Cálculo de la probabilidad, probabilidad marginal, de dos eventos, dependencia e independencia

Introducción

- La probabilidad objetiva, se subdivide en:
  - Probabilidad Clásica
  - Probabilidad de Frecuencia Relativa.
- Sin importar cual definición se trabaje, para el cálculo de la probabilidad se aplican ciertas leyes específicas.

Probabilidad marginal

- Cuando se calcula la probabilidad para un **único evento**, sin que otro lo modifique o condicione, se está calculando una probabilidad marginal.

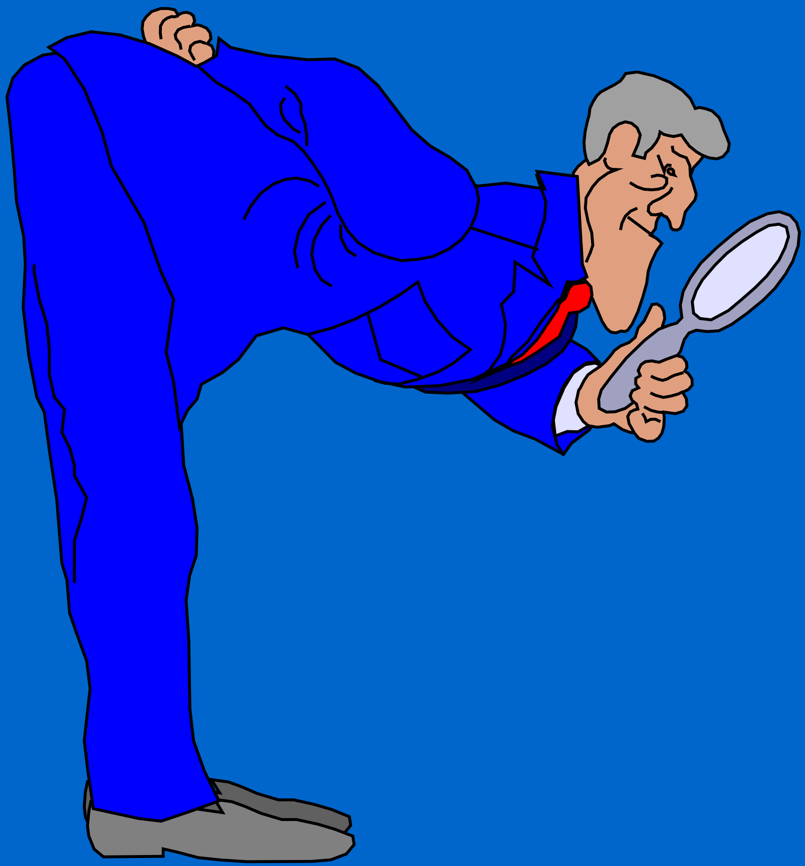
Ejemplo: La probabilidad de obtener un 1 al lanzar un dado.

$$P(E) = m / N \quad \text{(Prob. Marginal)}$$

Probabilidad marginal

- Si se trabaja con un **cuadro de doble entrada**, la probabilidad marginal seguirá la definición de la probabilidad de frecuencia relativa, y se calcula **dividiendo** "**el total del margen**" **sobre** la "**n**" **total del cuadro**.

Categoría del Trabajo	Edad A1 < 25	A2 26-30	A3 31-35	A4 >35	Total
B1 Médicos	0	5	25	75	105
B2 Laboratorio	20	30	35	35	120
B3 Alimentación	3	6	6	10	25
B4 Registro	7	15	8	12	42
B5 Enfermería	200	375	442	203	1220
B6 Farmacia	1	12	8	3	24
B7 Radiología	4	10	19	12	45
B8 Terapéutica	5	25	15	10	55
B9 Otros	20	35	50	25	130
Total	260	513	608	385	1766



- ¿Probabilidad de seleccionar un médico?
- ¿Probabilidad de escoger a una persona de 31 a 35 años de edad?

Categoría del Trabajo	Edad A1 < 25	A2 26-30	A3 31-35	A4 >35	Total
B1 Médicos	0	5	25	75	105
B2 Laboratorio	20	30	35	35	120
B3 Alimentación	3	6	6	10	25
B4 Registro	7	15	8	12	42
B5 Enfermería	200	375	442	203	1220
B6 Farmacia	1	12	8	3	24
B7 Radiología	4	10	19	12	45
B8 Terapéutica	5	25	15	10	55
B9 Otros	20	35	50	25	130
Total	260	513	608	385	1766

- ¿Probabilidad de escoger un médico?
- E = escoger un médico

  P(E) = P(B1)

- m = Margen de fila
- n = n del cuadro

- P(B1) = m / n
- P(B1) = 105 / 1766
- P(B1) = 0.0595

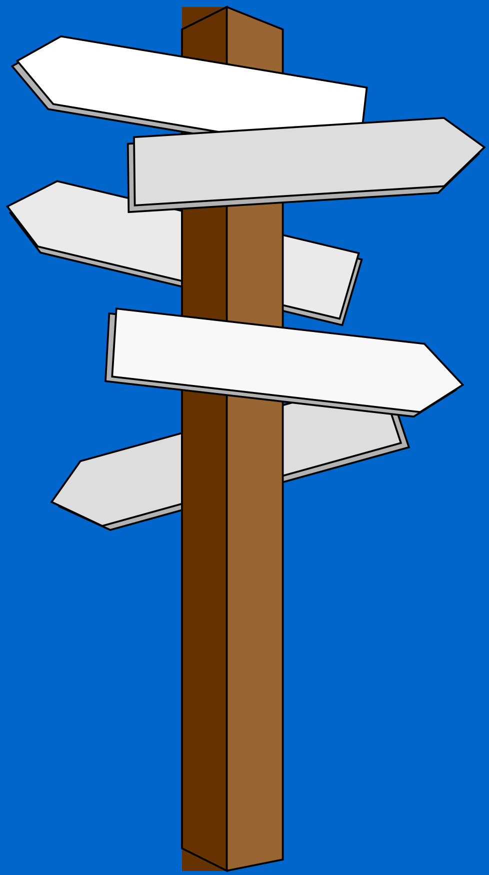
Categoría del Trabajo	Edad A1 < 25	 A2 26-30	 A3 31-35	 A4 >35	 Total
B1 Médicos	0	5	25	75	105
B2 Laboratorio	20	30	35	35	120
B3 Alimentación	3	6	6	10	25
B4 Registro	7	15	8	12	42
B5 Enfermería	200	375	442	203	1220
B6 Farmacia	1	12	8	3	24
B7 Radiología	4	10	19	12	45
B8 Terapéutica	5	25	15	10	55
B9 Otros	20	35	50	25	130
Total	260	513	608	385	1766

- ¿Probabilidad de escoger a una persona con edad entre 31 y 35 años?
- E = A3 (31 a 35 años)
- P(A3) = m / n

Categoría del Trabajo	Edad A1 < 25	A2 26-30	A3 31-35	A4 >35	Total
B1 Médicos	0	5	25	75	105
B2 Laboratorio	20	30	35	35	120
B3 Alimentación	3	6	6	10	25
B4 Registro	7	15	8	12	42
B5 Enfermería	200	375	442	203	1220
B6 Farmacia	1	12	8	3	24
B7 Radiología	4	10	19	12	45
B8 Terapéutica	5	25	15	10	55
B9 Otros	20	35	50	25	130
Total	260	513	608	385	1766

- ¿Probabilidad de escoger a una persona con edad entre 31 y 35 años?
- E = A3 (31 a 35 años)
- P(A3) = m / n
- P(A3) = m / n
- P(A3) = 608 / 1766
- P(A3) = 0.3443

Probabilidad de 2 eventos.



- Probabilidad de 2 eventos mutuamente excluyentes.
- Probabilidad de 2 eventos no mutuamente excluyentes.
- Probabilidad conjunta.
- Probabilidad condicional.

Probabilidad de 2 eventos mutuamente excluyentes

- Si se desea calcular la probabilidad de que suceda cualquiera de dos eventos **A ó B**, la probabilidad está dada por:

- P(A U B) = P(A) + P(B)

Probabilidad de 2 eventos mutuamente excluyentes

- P(A U B) = P(A) + P(B)

- P(A **U** B) = Prob. de A **ó** B
- P(A) = Prob. marginal de A
- P(B) = Prob. marginal de B

Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de que al tomar una carta de una baraja, ésta sea un As ó Rey?

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de que al tomar una carta de una baraja, ésta sea un As ó Rey?

P(A) = As

P(B) = Rey

P(A) = m / N

P(B) = m / N

P(A U B) = P(A) + P(B)

P(A) = 4 / 52

P(B) = 4 / 52

P(A U B) = 4/52 + 4/52

P(A U B) = 8 / 52

P(A U B) = 0.1538

Probabilidad de 2 eventos que no son mutuamente excluyentes

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

- $P(A \cup B)$ = Prob. de A **ó** B
- $P(A)$ = Prob. marginal de A
- $P(B)$ = Prob. marginal de B
- $P(A \cap B)$ = Prob. de A **y** B

Ejemplo

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea un As ó un corazón?
- $P(A)$ = As
- $P(B)$ = Corazón
- $P(A \cap B)$ = As de corazones.

$P(AUB)= P(A)+P(B)-P(A \cap B)$

$P(AUB) =(4/52)+(13/52)-(1/52)$

$P(AUB) = 16 / 52$

$P(AUB) = 0.3077$

Probabilidad conjunta

- Es la probabilidad de que **dos eventos** se manifiesten al **mismo tiempo**.

- $P(A \cap B) = P(A)*P(B)$ eventos independientes.
- $P(A \cap B) = P(A)*P(B|A)$ eventos dependientes.

- ¿Prob. de obtener cara **y** que salga 2 al lanzar una moneda y un dado?
- P(A) = cara
- P(B) = obtener un 2

$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$

$P(A) = 1 / 2$

$P(B) = 1 / 6$

$P(A \cap B) = (1/2) * (1/6)$

$P(A \cap B) = 1/12$

$P(A \cap B) = 0.0833$

Probabilidad condicional

- Cuando sucede un **evento**, que de alguna manera **condiciona** la **probabilidad de A**, se denomina Probabilidad Condicional.

- Es el **único caso** en el que **se modifica** el denominador, la **N**.

Probabilidad Condicional

- Su planteamiento matemático es:

- $P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$

$P(A|B)$ = Probabilidad de A "**dado**" B

$P(A \cap B)$ = Probabilidad conjunta de A y B

$P(B)$ = Probabilidad marginal de B

Ejemplo

¿Probabilidad de escoger un 4, **si solo** tomamos las cartas rojas?

$P(A)$ = escoger un 4

$P(B)$ = cartas rojas

$P(A|B)$= prob. de escoger 4, dado que solo hay cartas rojas.

$P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$

$P(A \cap B) = 2/52$

$P(B) = 26/52$

$P(A|B) = (2/52) / (26/52)$

$P(A|B) = (2/\cancel{52}) / (26/\cancel{52})$

$P(A|B) = 2 / 26$

$P(A|B) = 0.0769$

Ejemplo, método abreviado

¿Probabilidad de escoger un 4, **si solo** tomamos las cartas rojas?

P(A) = escoger un 4

P(B) = cartas rojas

P(A|B)= prob. de escoger 4, dado que solo hay cartas rojas.

P(A|B) = m / N

Sí solo tomamos las cartas rojas, tenemos un denominador de 26.

De éstas, solo hay 2 cuatros

P(A|B) = 2 / 26

P(A|B) = 0.0769

No es lo mismo (A|B) que (B|A)

- ¿Cuál es la probabilidad de escoger una carta roja, si sólo tomamos en cuenta los 4?
- P(A) = número 4
- P(B) = cartas rojas

$P(B|A) = P(A \cap B) / P(A)$

$P(A \cap B) = (2/52)$

$P(A) = (4/52)$

$P(B|A) = (2/52) / (4/52)$

$P(B|A) = (2/\cancel{52}) / (4/\cancel{52})$

$P(B|A) = 2/4$

$P(B|A) = 0.5$

Probabilidad conjunta para eventos dependientes

- Si se tiene una serie de datos, en la cual al **ocurrir un evento**, se **modifica** la posibilidad de **otro**, tenemos eventos dependientes.
- En el caso de eventos dependientes, la probabilidad conjunta está dada por:

$$P(A \cap B) = P(A)*P(B|A)$$

Ejemplo

- ¿Cuál es la probabilidad de escoger a una personas de enfermería, que tenga entre 31 y 35 años?
- $P(A \cap B)$
- $P(A)$ = enfermería
- $P(B)$ = 31 y 35 años

Si lo trabajamos como que fueran eventos independientes, el resultado no coincide con el método abreviado.

$$\cancel{P(A \cap B) = P(A)*P(B)}$$

Categoría del Trabajo	A1 < 25	A2 26-30	A3 31-35	A4 >35	Total
	Edad				
B1 Médicos	0	5	25	75	105
B2 Laboratorio	20	30	35	35	120
B3 Alimentación	3	6	6	10	25
B4 Registro	7	15	8	12	42
B5 Enfermería	200	375	442	203	1220
B6 Farmacia	1	12	8	3	24
B7 Radiología	4	10	19	12	45
B8 Terapéutica	5	25	15	10	55
B9 Otros	20	35	50	25	130
Total	260	513	608	385	1766

- $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$
- $P(A \cap B) = (1220/1766) * (608/1766)$
- $P(A \cap B) = 0.2378$

- $P(A \cap B) = 442 / 1766$
- $P(A \cap B) = 0.2503$

Ejemplo

- ¿Cuál es la probabilidad de escoger a una personas de enfermería, que tenga entre 31 y 35 años?
- $P(A \cap B)$
- $P(A)$ = enfermería
- $P(B)$ = 31 y 35 años

$P(A \cap B) = P(A)*P(B|A)$

$P(A) =$

$P(B|A) =$

Categoría del Trabajo	Edad A1 < 25	A2 26-30	A3 31-35	A4 >35	Total
B1 Médicos	0	5	25	75	105
B2 Laboratorio	20	30	35	35	120
B3 Alimentación	3	6	6	10	25
B4 Registro	7	15	8	12	42
B5 Enfermería	200	375	442	203	1220
B6 Farmacia	1	12	8	3	24
B7 Radiología	4	10	19	12	45
B8 Terapéutica	5	25	15	10	55
B9 Otros	20	35	50	25	130
Total	260	513	608	385	1766

Ejemplo

- ¿Cuál es la probabilidad de escoger a una personas de enfermería, que tenga entre 31 y 35 años?
- $P(A \cap B)$
- $P(A)$ = enfermeria
- $P(B)$ = 31 y 35 años

$P(A \cap B) = P(A) * P(B|A)$

$P(A) = 1220 / 1766$

$P(B|A) =$

Ejemplo

- ¿Cuál es la probabilidad de escoger a una personas de enfermería, que tenga entre 31 y 35 años?
- $P(A \cap B)$
- $P(A)$ = enfermería
- $P(B)$ = 31 y 35 años

$P(A \cap B) = P(A) * P(B|A)$

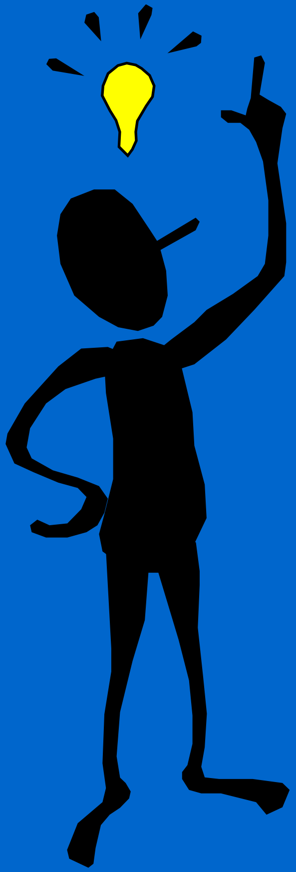
$P(A) = 1220 / 1766$

$P(B|A) =$

Significa, la probabilidad de escoger a alguien entre 31 y 35 años, si solo tomamos a enfermería.

Categoría del Trabajo	Edad A1 < 25	A2 26-30	A3 31-35	A4 >35	Total
B1 Médicos	0	5	25	75	105
B2 Laboratorio	20	30	35	35	120
B3 Alimentación	3	6	6	10	25
B4 Registro	7	15	8	12	42
B5 Enfermería	200	375	442	203	1220
B6 Farmacia	1	12	8	3	24
B7 Radiología	4	10	19	12	45
B8 Terapéutica	5	25	15	10	55
B9 Otros	20	35	50	25	130
Total	260	513	608	385	1766

Categoría del Trabajo	Edad				
	A1 < 25	A2 26–30	A3 31–35	A4 >35	Total
B5 Enfermería	200	375	442	203	1220



- Si solo tomamos en cuenta a enfermería, la probabilidad de escoger a alguien de 31 a 35 años, es

- P(B|A) = 442 /1220

Ejemplo

- ¿Cuál es la probabilidad de escoger a una personas de enfermería, y que tenga entre 31 y 35 años?
- $P(A \cap B)$
- $P(A)$ = enfermería
- $P(B)$ = 31 y 35 años

$P(A \cap B) = P(A) * P(B|A)$

$P(A) = 1220 / 1766$

$P(B|A) = 442 / 1220$

$P(A \cap B) = (1220/1766) * (442/1220)$

$P(A \cap B) = 0.2503$

Dependencia e Independencia

- En la mayoría de las **variables biológicas**, los eventos dentro de un grupo afectan a todos los integrantes del grupo. Es decir la **mayoría de los eventos** son **dependientes entre sí**.
- Para que dos eventos puedan considerarse independientes es necesario probarlo matemáticamente.

Dependencia e Independencia

- Dos eventos son considerados **independientes**, si **la ocurrencia de uno**, **NO** altera la probabilidad de **ocurrencia del otro**.

- Si un evento sucede aislado del resto, su probabilidad es constante.

$$P(A) = P(A)$$

Dependencia e Independencia

- Si un evento sucede aislado del resto, su probabilidad es constante.

$$P(A) = P(A)$$

- Si al suceder un **segundo evento**, éste es **independiente**, **la probabilidad del primero no debe cambiar**.

$$P(A) = P(A|B)$$

Dependencia e Independencia

- Si un evento sucede aislado del resto, su probabilidad es constante.

$$P(A) = P(A)$$

- Si al suceder un **segundo evento**, este es **dependiente**, **la probabilidad del primero se modifica**.

$$P(A) \neq P(A|B)$$

Dependencia e independencia

- Por lo tanto:
- Dos eventos son **independientes** si

$$P(A) = P(A|B)$$

- Dos eventos son **dependientes** si

$$P(A) \neq P(A|B)$$

Ejemplo

- Si consideramos nuestros datos del cuadro, y deseamos verificar si los eventos son dependientes, debemos considerar:

- P(A) = enfermería
- P(B) = 31 a 35 años.

Categoría del Trabajo	Edad A1 < 25	A2 26-30	A3 31-35	A4 >35	Total
B1 Médicos	0	5	25	75	105
B2 Laboratorio	20	30	35	35	120
B3 Alimentación	3	6	6	10	25
B4 Registro	7	15	8	12	42
B5 Enfermería	200	375	442	203	1220
B6 Farmacia	1	12	8	3	24
B7 Radiología	4	10	19	12	45
B8 Terapéutica	5	25	15	10	55
B9 Otros	20	35	50	25	130
Total	260	513	608	385	1766

Ejemplo

- Para ser considerados independientes,

$$P(A) = P(A|B)$$

P(A) = enfermería

P(A|B)= de enfermería, si solo tomamos de 31 a 35 años

	Edad				
Categoría del	A1	A2	A3	A4	
Trabajo	< 25	26-30	31-35	>35	Total
B1 Médicos	0	5	25	75	105
B2 Laboratorio	20	30	35	35	120
B3 Alimentación	3	6	6	10	25
B4 Registro	7	15	8	12	42
B5 Enfermería	200	375	442	203	1220
B6 Farmacia	1	12	8	3	24
B7 Radiología	4	10	19	12	45
B8 Terapéutica	5	25	15	10	55
B9 Otros	20	35	50	25	130
Total	260	513	608	385	1766

Ejemplo

- Para ser considerados independientes,

$$P(A) = P(A|B)$$

$P(A) = 1220 / 1766 \quad = 0.6908$

$P(A|B)$= enfermería si solo tomamos 31 a 35 años.

Categoría del Trabajo	Edad A3 31-35
B1 Médicos	25
B2 Laboratorio	35
B3 Alimentación	6
B4 Registro	8
B5 Enfermería	442
B6 Farmacia	8
B7 Radiología	19
B8 Terapéutica	15
B9 Otros	50
Total	608

Ejemplo

- Para ser considerados independientes,

$$P(A) = P(A|B)$$

$P(A) = 1220 / 1766 \quad = 0.6908$

$P(A|B) = 442/608 \quad = 0.7270$

Ejemplo

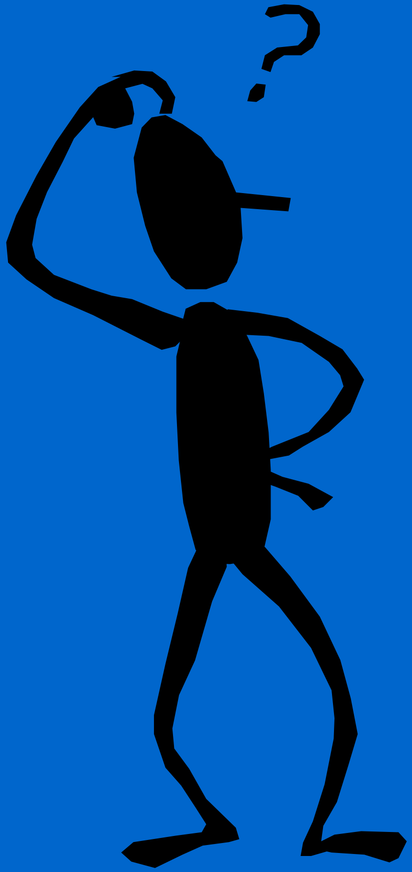
- Como en este caso

$$P(A) \neq P(A|B)$$

Se considera que los eventos son dependientes

$P(A) = 1220 / 1766 \quad = 0.6908$

$P(A|B) = 442/608 \quad = 0.7270$



- ¿Dudas o preguntas?